

Probability and Statistics / 확률과 통계
강의노트 06
확률 4

50. Monti Hall 퀴즈쇼
 1950년대에서 60년대에 미국의 몬티홀이라는 인기프로그램 진행자가 있다. 몬티홀은 출연자중 최종적으로 남은 한 사람에게 세 개의 문 중 하나를 선택하게 한다. 세 개의 문에는 각각 상품이 있고, 두 개는 염소가 하나에는 차가 있다. 출연자가 문을 고르면 몬티는 다른 두 개의 문 중 하나를 열어 거기에 염소가 있는 것을 보여주며 골랐던 문을 바꿀 수 있는 기회를 준다. 이때 출연자는 자신이 골랐던 문을 그대로 유지하는 것과 다른 문으로 바꾸는 것 중 어느 것이 유리한가? 이 둘은 확률적으로 차이가 없는가?

풀이 : 출연자가 고른 문을 A 라 하면 진행자가 B 의 문을 열 확률은 다음과 같다.

차가 A 에 있을 때 B를 열 확률
 $P[B를 연다|A에 차가 있다] = 1/2$
 차가 B 에 있을 때 B를 열 확률
 $P[B를 연다|B에 차가 있다] = 0$
 차가 C 에 있을 때 B를 열 확률
 $P[B를 연다|C에 차가 있다] = 1$

$$\begin{aligned}
 P[B를 연다] &= P[A차] \times P[B연다|A차] \\
 &\quad + P[B차] \times P[B연다|B차] \\
 &\quad + P[C차] \times P[B연다|C차] \\
 &= (1/3)(1/2) + (1/3)(0) + (1/3)(1) \\
 &= 1/2
 \end{aligned}$$

진행자가 B를 열었을 때 A에 차가 있을 확률은

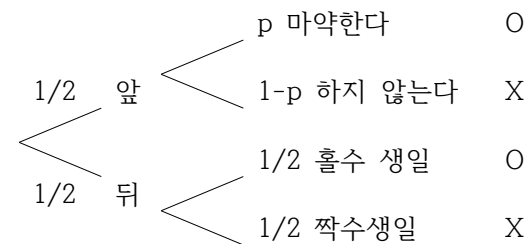
$$\begin{aligned}
 P[A차|B연다] &= \frac{P[A차]P[B연다|A차]}{P[B연다]} \\
 &= \frac{(1/3)(1/2)}{(1/2)} \\
 &= 1/3
 \end{aligned}$$

진행자가 B를 열었을 때 C에 차가 있을 확률은

$$\begin{aligned}
 P[C차|B연다] &= \frac{P[C차]P[B연다|C차]}{P[B연다]} \\
 &= \frac{(1/3)(1)}{(1/2)} \\
 &= 2/3
 \end{aligned}$$

51. 수형도(tree diagram) : 복잡한 문제를 도표로 그려 이해하기 쉽게 한 것

예제: 레지던트들이 전체적으로 얼마나 마약을 하고 있는지를 조사하기 위해 다음과 같은 방법을 도입했다. 동전을 던져 앞면이 나오면 마약을 하고 있는지에 대한 답변을 O / X 로 하고, 뒷면이 나오면 본인의 생일이 홀수인지, 홀수라면 O로, 짝수라면 X 로 답하게 했다. 동전은 던지는 사람만 알게 있게 하여 프라이버시를 보장한다. 이를 수형도로 그리면,



만약 O 의 비율이 .28 이라면 레지던트 중 마약을 하는 비율이 얼마인가?

$$\begin{aligned}
 \text{풀이 } .28 &= (1/2)p + (1/2)(1/2) \\
 p &= .06
 \end{aligned}$$