

A형

2018학년도 1학기 편입학 모집 수학교사(오후반 - A형) 문제지

지원 학부 · 과(전공)

수험번호

성명

※ 문제지 유형은 'A형'과 'B형'으로 구분되며, 감독위원이 나누어준 문제지 유형을 확인한 후 OMR카드에 문제지 유형과 같은 유형을 표기하여야 합니다. 예) 문제지 유형이 'A형'이면 OMR카드 문제지 유형 'A형'에 표기

※ OMR카드 문제지 유형 미표기 및 표기 오류로 발생하는 문제의 책임은 수험생 본인에게 있습니다.

1. 다음 극한값은? [3.5 점]

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x^2}$$

- ① 0 ② 1
③ -1 ④ ∞

2. 다음 정적분의 값은? [3.5 점]

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} 2 \cot \theta \csc^2 \theta d\theta$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$
③ 1 ④ -1

3. 함수 $f(x) = \int_0^{x^2} (1 + \sin \sqrt{t}) dt$ 에 대하여 $f'(\frac{\pi}{2})$ 의 값은? [3.5 점]

- ① 0 ② $\frac{\pi}{2}$
③ π ④ 2π

4. 좌표평면상의 점 (1, -2)에서 함수

$$f(x, y) = x^3 y^2 - 2y$$

를 벡터 $v = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 방향으로

미분한 방향도함수의 값은? [3.5 점]

- ① $\frac{8}{5}$ ② $\frac{9}{5}$
③ 2 ④ $\frac{12}{5}$

5. 영역 $R = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3\}$ 에서 정의된 함수 $f(x, y) = \frac{1}{xy}$ 에 대하여 다음 적분 값은? [3.5 점]

$$\iint_R f(x, y) dA$$

- ① $\frac{1}{9}$ ② $(\ln 3)^2$
③ $\frac{1}{(\ln 3)^2}$ ④ $\frac{1}{3}$

6. 실수 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬식 $\det(A)$

의 값은? [3.5 점]

- ① -1 ② 0
③ 1 ④ 3

7. 다음 중 참인 것을 모두 고르면? [3.5 점]

- (가) 폐구간 $[a,b]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 연속이고 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하면, $f(x)$ 는 (a,b) 에서 증가함수 또는 감소함수이다.
- (나) 폐구간 $[a,b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 는 $[a,b]$ 에서 최댓값과 최솟값을 가진다.
- (다) 폐구간 $[a,b]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 개구간 (a,b) 에서 미분가능하면, $f(x)$ 는 $[a,b]$ 에서 최댓값을 가진다.
- (라) 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 개구간 (a,b) 에서 $f(x) > g(x)$ 이면, 동일한 구간에서 $f'(x) > g'(x)$ 이다.

- ① (가), (나) ② (가), (다)
 ③ (나), (라) ④ (다), (라)

8. 다음 급수 중 수렴반경이 가장 큰 것은? [4 점]

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} n^{2018} x^n$
 ② $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) x^n$
 ③ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(n+1)!}{(2n)!} x^n$
 ④ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{2018}} x^n$

9. 임의의 두 실수 정사각행렬 A 와 B 에 대하여 다음 중 참인 것을 모두 고르면? [4 점]

- (가) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$
 (나) A 가 가역(invertible)일 때, $\det(A^{-1}) = \det(A)$
 (다) $\det(A^T) = \det(A)$ (A^T : A 의 전치(transpose)행렬)
 (라) A 가 직교(orthogonal) 행렬일 때, $\det(A) = 1$
 (마) A 와 B 가 닮음(similar)일 때, $\det(A) = \det(B)$
 (바) $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$

- ① (가), (다), (마), (바)
 ② (가), (나), (다), (바)
 ③ (가), (다), (라), (마)
 ④ (나), (라), (마), (바)

10. 실수 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^8 의 대각합(trace) $\text{tr}(A^8)$ 의 값은? [4 점]

- ① 128 ② 129
 ③ 256 ④ 257

11. 다음 중 연속함수를 모두 고르면? [4 점]

$$(가) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

$$(나) f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$$(다) f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$(라) f(x,y) = \begin{cases} 0, & xy \neq 0 \\ 1, & xy = 0 \end{cases}$$

- ① (가), (나), (다) ② (가), (나)
 ③ (가), (나), (라) ④ (다), (라)

12. $f(x) = -4x(x-1)$ 일 때, 구간 $0 < x < 1$ 에서 $f^{2018}(x)$ 의 미분불가능한 점의 개수는? [4 점]

$$\text{단, } f^n(x) = \begin{cases} f(x), & n = 1 \\ f(f^{n-1}(x)), & n \geq 2 \end{cases}$$

- ① 2017 개 ② 2018 개
 ③ $2^{2017} - 1$ 개 ④ $2^{2018} - 1$ 개

13. 함수 $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1-x^2}}$ 의 테일러급수 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 에서 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3$ 의 값은? [4 점]

- ① 1 ② $\frac{2}{3}$
 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$

14. 곡면 $z = 3y^2 - 6xy + 2x^3 - 3x^2 + 1$ 의 안장점(saddle point)을 (α, β, γ) 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [4 점]

- ① 0 ② 4
 ③ 2 ④ -4

15. 미분방정식 $t^2y'' + ty' - y = 0$, $y(1) = 5$, $y'(1) = -3$ ($t > 0$)를 만족하는 $y(t)$ 의 최솟값은? [4 점]

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6

16. 곡선 C 를 매개변수방정식

$$\mathbf{r}(t) = (\sqrt{2} \cos t, \sqrt{2} \sin t), \quad (0 \leq t \leq \pi/4)$$

로 정의할 때, 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ 에 대한 선적분

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

의 값은? [4 점]

- ① 0 ② 1
 ③ $\sqrt{2}$ ④ $-\sqrt{2}$

17. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $f(f(x)) = f(x)$ 를 만족하는 실수 x 의 개수는? [4 점]

- ① 1 개 ② 3 개
 ③ 5 개 ④ 7 개

18. 극좌표평면상에서 곡선 $r = 2\sqrt{2}(1 + \cos \theta)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이는? [4 점]

- ① 6π ② 12π
 ③ 8π ④ 16π

19. 4차원 실수 벡터공간 \mathbb{R}^4 의 원소를 3차원 실수 벡터공간 \mathbb{R}^3 의 원소로 변환하는 선형함수

$T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3 + x_4, x_2 + x_4, x_1 - x_2 + x_3)$$

이 때, 벡터공간 T 의 치역(image) $\text{Im}(T)$ 와 영공간(kernel 또는 null space) $\text{ker}(T)$ 의 차원의 합 $\dim(\text{Im}(T)) + \dim(\text{ker}(T))$ 는? [4.5 점]

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4

20. 미분방정식 $y' + 2ty = 2018$ ($t > 0$)을 만족하는 함수 $y(t)$ 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ 의 값은? [4.5 점]

- ① 0 ② 1
 ③ 2018 ④ -2018

21. 다음 중 $\frac{\pi}{4}$ 와 값이 다른 것은? [4.5 점]

- ① $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$
 ② $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$
 ③ $\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$
 ④ $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$

22. 다음 중 수렴하는 이상적분(improper integral)의 개수는? [4.5 점]

(가) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$
 (나) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$
 (다) $\int_0^1 x \sin \frac{1}{x} dx$
 (라) $\int_0^1 \sin \frac{1}{x} dx$

- ① 1 개 ② 2 개
 ③ 3 개 ④ 4 개

23. 좌표평면상에서 $3x = y^3$, $x = 0$, $y = 1$ 로 둘러싸인 영역을 y 축 둘레로 회전시켜 만든 입체의 겉넓이는? [4.5 점]

- ① $\frac{2\sqrt{2}}{9}\pi$ ② $\frac{2\sqrt{2}+1}{9}\pi$
 ③ $\frac{2}{9}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{2}+1}{9}\pi$

24. $1 \leq a < 4$ 일 때, 좌표평면상의 영역

$x^2 + (y-a)^2 \leq 1 - \frac{1}{4}a$ 를 x 축 둘레로 회전시켜 만들어진 입체를 V_a 라 하자. 이 때, V_a 의 부피를 최대로 하는 a 의 값은? [4.5 점]

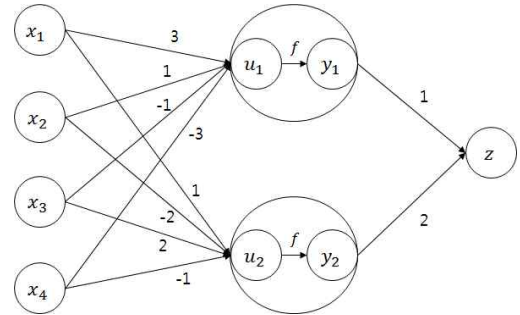
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$
 ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$

25. 그림과 같은 다층 신경망 구조에서 입력 x_1, x_2, x_3, x_4 와 출력 $z = z(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 는 다음 관계식을 만족한다.

$$u_1 = 3x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4, \quad u_2 = x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4,$$

$$y_1 = f(u_1), \quad y_2 = f(u_2),$$

$$z = y_1 + 2y_2$$



$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$ 일 때, $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 1, 1, 1)$ 에서의 다음 편미분 값 중 가장 큰 것은? [4.5 점]

- ① $\frac{\partial z}{\partial x_1} \Big|_{(1,1,1,1)}$ ② $\frac{\partial z}{\partial x_2} \Big|_{(1,1,1,1)}$
 ③ $\frac{\partial z}{\partial x_3} \Big|_{(1,1,1,1)}$ ④ $\frac{\partial z}{\partial x_4} \Big|_{(1,1,1,1)}$